

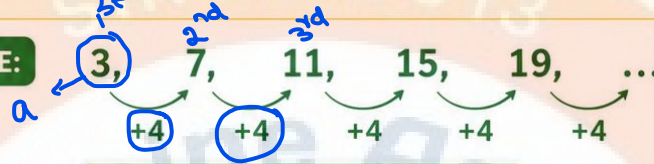
Arithmetic & Geometric Progressions

கூட்டுத் தொடர் & பெருக்குத் தொடர் வரிசை

ARITHMETIC PROGRESSION (A.P.)

An Arithmetic Progression (A.P.) is a sequence of numbers in which the difference between any two consecutive terms is constant.

EXAMPLE:



Common difference (d) = 4

FORMULAS OF A.P.

1 General term (n^{th} term)

$$a_n = a + (n - 1)d$$

where,
 $a_n = n^{\text{th}}$ term
 $a =$ first term
 $d =$ common difference
 $n =$ number of terms

2 n^{th} term $\rightarrow 12^{\text{th}}$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

where,
 $T_n = n^{\text{th}}$ term

3 Sum of first n terms

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

where,
 $S_n =$ sum of first n terms

4 Sum using first and last term

$$S_n = \frac{n}{2} (a + l)$$

where,
 $l =$ last term = a_n

5 Common difference

$$d = a_{n+1} - a_n$$

where,
 $a_{n+1} = (n+1)^{\text{th}}$ term
 $a_n = n^{\text{th}}$ term

6 Last term

$$l = a + (n - 1)d$$

where,
 $l =$ last term
 $n =$ number of terms

KEY POINTS

- The difference between consecutive terms is constant: $d = a_{n+1} - a_n$
- An A.P. can have finite or infinite number of terms.

Series
 / \
 AP GP

$7 - 3 = 4$
 $11 - 7 = 4$
 $15 - 11 = 4$

$a \rightarrow$ first term
 $d \rightarrow$ 2nd - 1st
 $n \rightarrow n^{\text{th}}$ term

n^{th} , last
 sum of terms

Q1. Find the 12th term from the last term of the A.P $-2, -4, -6, \dots -100$.

$-2, -4, -6, \dots -100$ என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் இறுதி உறுப்பிலிருந்து 12வது உறுப்பைக் காண்க.

(A) 78

(B) -73

(C) -78

(D) 87

(E) Answer not known / விடை தெரியவில்லை

$-2, -4, -6, -8, \dots -100$

$-100, -98, -96, \dots, -8, -6, -4, -2$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$a_{12} = -100 + (12-1)(2)$$

$$= -100 + 11 \times 2$$

$$= -100 + 22$$

$$a_{12} = -78$$

$$a = -100$$

$$d = -98 - (-100)$$

$$= -98 + 100$$

$$= 2$$

Q2. Find the sum of 3, 7, 11, 40 terms.

3, 7, 11, ... என்ற தொடரில் 40 உறுப்புகள் வரை கூடுதல் காண்க.

3, 7, 11, 15, 19 ... (40 terms)

(A) 2340

✓ (B) 3240

(C) 3640

(D) 3140

(E) Answer not known / விடை தெரியவில்லை

$$d = 7 - 3 = 4$$

$$a = 3$$

$$n = 40$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$= \frac{40}{2} [2(3) + 39(4)]$$

$$= 20 [6 + 156]$$

$$= 20 \times 162$$

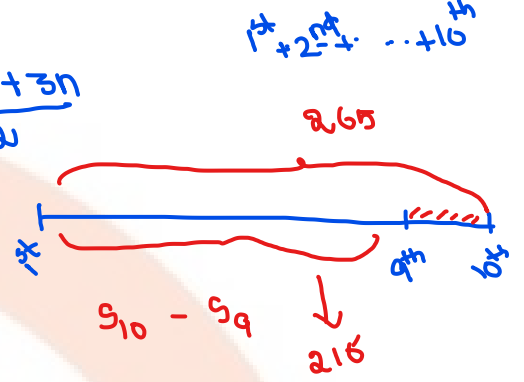
$$= 3240$$

Q3. In an Arithmetic progression the sum of first n -terms is $(5n^2 + 3n) / 2$. Find the 10th term.

ஒரு கூட்டுத் தொடரின் முதல் n -உறுப்புகளின் கூடுதல் $(5n^2 + 3n) / 2$ எனில், 10ஆவது உறுப்பு.

- (A) 39
(B) 59
(C) 49
(D) 69
(E) Answer not known / விடை தெரியவில்லை

$$S_n = \frac{5n^2 + 3n}{2}$$



$$S_{10} = \frac{5(10)^2 + 3(10)}{2} = \frac{500 + 30}{2} = \frac{530}{2} = 265$$

$$S_9 = \frac{5(9)^2 + 3(9)}{2} = \frac{5 \times 81 + 27}{2} = \frac{405 + 27}{2} = \frac{432}{2} = 216$$

$$a_{10} = 265 - 216 = 49$$

$$\begin{array}{r} 265 \\ - 216 \\ \hline 49 \end{array}$$

HW

Q4. Find the 19th term of an Arithmetic progression (A.P) $-11, -15, -19, \dots$

$-11, -15, -19, \dots$ என்ற கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் 19ஆவது உறுப்பைக் காண்க.

(A) -83

(B) 61

(C) -116

(D) 80

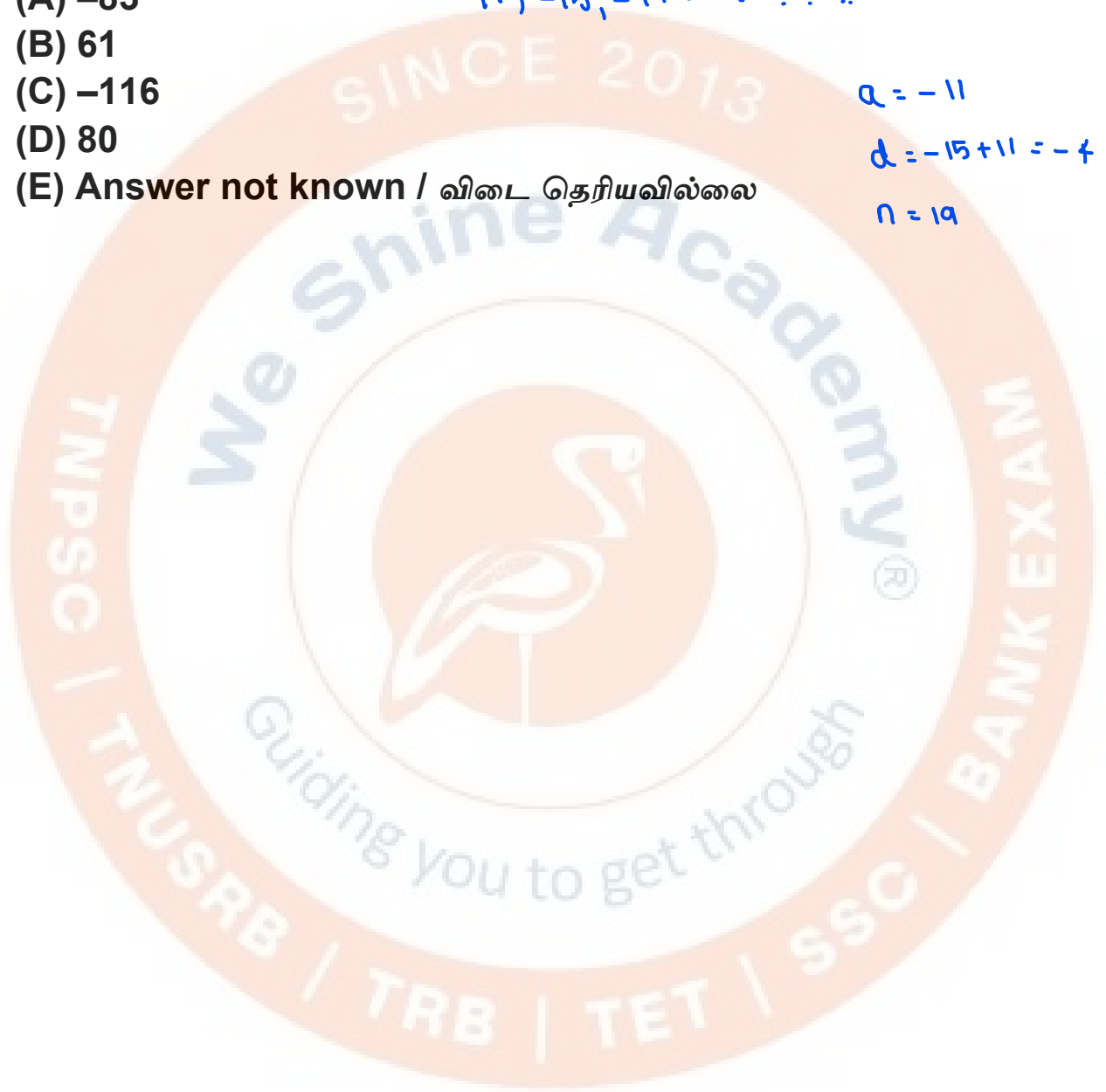
(E) Answer not known / விடை தெரியவில்லை

$-11, -15, -19, \dots$

$$a = -11$$

$$d = -15 + 11 = -4$$

$$n = 19$$



Q5. If 18, a, b, -3 are in Arithmetic progress, then what is the value of (a + b)?

18, a, b, -3 இவை கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் உள்ளது எனில் (a + b)-யின் மதிப்புக் காண்க.

(A) 7

(B) 11

(C) 15

(D) 21

(E) Answer not known / விடை தெரியவில்லை

18, a, b, -3
1st 2nd 3rd 4th

$$18 - 3 = a + b$$

$$15 = a + b$$

Q6. Which term of the series 16, 11, 6, 1 is -54?

16, 11, 6, 1 என்ற தொடர் வரிசையில் -54 என்பது எத்தனையாவது உறுப்பு?

(A) 16

(B) 19

(C) 14

(D) 15

(E) Answer not known / விடை தெரியவில்லை

16, 11, 6, 1, ...

$$a = 16$$

$$d = 11 - 16 = -5$$

$$a_n = -54$$

$$n = ?$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$-54 = 16 + (n-1)(-5)$$

$$-54 - 16 = (n-1)(-5)$$

$$\frac{-70}{-5} = n-1$$

$$14 + 1 = n$$

$$\boxed{15 = n}$$

GEOMETRIC PROGRESSION (GP)

A Geometric Progression (GP) is a sequence of numbers in which the **ratio** of any term to its preceding term is **constant**.

Example:

2, 6, 18, 54, 162, ...

Common ratio (r) =

$$\frac{6}{2} = 3, \quad \frac{18}{6} = 3, \quad \frac{54}{18} = 3, \dots$$

GP =

GENERAL FORM

A GP can be written as:

$$a, ar, ar^2, ar^3, \dots, ar^{n-1}, \dots$$

where,

a = first term ($a \neq 0$)

r = common ratio ($r \neq 0$)

n = term number (n is a positive integer)

n^{th} term (General term):

$$T_n = ar^{n-1}$$

IMPORTANT FORMULAS

1 n^{th} term of GP:

$$T_n = ar^{n-1}$$

2 Product of first n terms:

$$P_n = a^n r^{n(n-1)/2}$$

3 Sum of first n terms ($r \neq 1$):

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

4 Sum of first n terms ($r = 1$):

$$S_n = na$$

5 Sum to infinity ($|r| < 1$):

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}$$

AP
 $a, a+d, a+2d, \dots$

GP
 a, ar, ar^2, \dots

$$a^n \times \frac{n(n-1)}{2}$$

$r > 1 \checkmark$
 $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$r < 1 \checkmark$
 $S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$



Key Point: In a GP, each term is obtained by multiplying the previous term by a constant **non-zero** number (r).

a

Q7. Find the first term of a G.P. in which $S_6 = 4095$ and $r = 4$.

ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசையில் $S_6 = 4095$ மற்றும் $r = 4$ எனில் முதல் உறுப்பைக் காண்க.

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 5

(E) Answer not known / விடை தெரியவில்லை

$n = 6$ $S_6 = 4095$

$r = 4$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_6 = \frac{a(4^6 - 1)}{4 - 1}$$

$$4095 = \frac{a[4^6 - 1]}{4 - 1}$$

$$4095 \times 3 = a(4^6 - 1)$$

$$4095 \times 3 = a(4096 - 1)$$

$$4095 \times 3 = a \times 4095$$

$$\boxed{3 = a}$$

$1 \times 4 = 16$
 $16 \times 4 = 64$
 $64 \times 4 = 256$
 $256 \times 4 = 1024$
 $1024 \times 4 = 4096$

Q8. Find the sum of infinity of $21 + 14 + 28/3 + \dots$

$21 + 14 + 28/3 + \dots$ என்ற முடிவுறாத் தொடரின் கூடுதல் காண்க.

(A) 63/5

(B) 7

✓ (C) 63

(D) 63/2

(E) Answer not known / விடை தெரியவில்லை

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$= \frac{21}{1-\frac{2}{3}}$$

$$a = 21$$

$$r = \frac{14^2}{21^2} = \frac{2}{3}$$

$$S_{\infty} = \frac{21}{\frac{1}{3}} = 21 \times \frac{3}{1} = 63$$

Q9. Find the 8th term of Geometric Progression (G.P) 9, 3, 1,

9, 3, 1, என்ற பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் 8வது உறுப்பைக் காண்க.

- (A) 1/27
 (B) 1/81
 (C) 1/243
 (D) 1/729

(E) Answer not known / விடை தெரியவில்லை

$$a_n = a r^{n-1}$$

$$a = 9$$

$$a_8 = 9 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{8-1}$$

$$r = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$= 9 \times \left(\frac{1}{3}\right)^7$$

$$n = 8$$

$$= 9 \times \frac{1}{9 \times 9 \times 9 \times 3}$$

$$= \frac{1}{81 \times 3}$$

$$= \frac{1}{243}$$

Q10. Find x so that $x + 6$, $x + 12$ and $x + 15$ are consecutive terms of a Geometric progression.

$x + 6$, $x + 12$ மற்றும் $x + 15$ என்பன ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் தொடர்ச்சியான மூன்று உறுப்புகள் எனில் x -ன் மதிப்பைக் காண்க.

- (A) -78
 (B) -18
 (C) -12
 (D) -6
 (E) Answer not known / விடை தெரியவில்லை

$$(x+12)^2 = (x+6)(x+15)$$

$$x^2 + 24x + 144 = x^2 + 15x + 6x + 90$$

$$24x + 144 = 21x + 90$$

$$24x - 21x = 90 - 144$$

$$3x = -54$$

$$x = \frac{-54}{3}$$

$$x = -18$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 90 \\ \hline 54 \end{array}$$

Q11. Find the common ratio for the geometric sequence 0.15, 0.015, 0.0015,...

0.15, 0.015, 0.0015,... என்ற பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் பொதுவிகிதம் காண்க.

- (A) 0.1
 (B) 0.01
 (C) 0.001
 (D) 1
 (E) Answer not known / விடை தெரியவில்லை

$$0.15, 0.015, 0.0015, \dots$$

$$\frac{15}{100}, \frac{15}{1000}, \frac{15}{10000}, \dots$$

$$\begin{aligned} r &= \frac{\frac{15}{1000}}{\frac{15}{100}} \\ &= \frac{15}{1000} \times \frac{100}{15} \\ &= \frac{1}{10} \\ &= 0.1 \end{aligned}$$

Q12. How many terms of the series $1 + 4 + 16 + \dots$ make the sum 1365?

$1 + 4 + 16 + \dots$ என்ற தொடரின் எத்தனை உறுப்புகளை கூட்டினால் கூடுதல் 1365 கிடைக்கும்?

(A) 5

(B) 6

(C) 4

(D) 3

(E) Answer not known / விடை தெரியவில்லை

$$1 + 4 + 16 + \dots = 1365$$

$$a = 1$$

$$r = \frac{4}{1} = 4$$

$$S_n = 1365$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$1365 = \frac{1(4^n - 1)}{4 - 1}$$

$$1365 \times 3 = 4^n - 1$$

$$4095 + 1 = 4^n$$

$$4096 = 4^n$$

$$4^6 = 4^n$$

$$6 = n$$

$$\begin{array}{r|l} 4 & 4096 \\ \hline & 1024 \\ + & 256 \\ + & 64 \\ + & 16 \\ + & 4 \\ + & 1 \\ \hline & 4096 \end{array}$$



Q13. Find the sum of the series $11 + 12 + 13 + \dots + 31$.

கூட்டுப்பலன் காண்க: $11 + 12 + 13 + \dots + 31$.

- (A) 441
- (B) 496
- (C) 55
- (D) 465
- (E) Answer not known / விடை தெரியவில்லை



Q14. If $1 + 2 + 3 + \dots + n = 666$ then find n .

$1 + 2 + 3 + \dots + n = 666$ எனில், n -ன் மதிப்பு?

- (A) -37
- (B) 36
- (C) 37
- (D) 38
- (E) Answer not known / விடை தெரியவில்லை



Q15. If $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = 44100$, then find $1 + 2 + 3 + \dots + k$.

$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = 44100$ எனில் $1 + 2 + 3 + \dots + k$ - ன்
மதிப்பு காண்க.

- (A) 210
- (B) 201
- (C) 200
- (D) 221
- (E) Answer not known / விடை தெரியவில்லை



Q16. Find the sum of $1 + 3 + 5 + \dots + 55$.

தொடரின் கூடுதல் காண்க: $1 + 3 + 5 + \dots + 55$.

- (A) 700
- (B) 784
- (C) 555
- (D) 550
- (E) Answer not known / விடை தெரியவில்லை



Q17. If $1 + 2 + 3 + \dots + k = 325$ then find the value of $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3$.

$1 + 2 + 3 + \dots + k = 325$ எனில் $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3$ இன் மதிப்பு காண்க?

- (A) 103425
- (B) 105605
- (C) 105625
- (D) 106625
- (E) Answer not known / விடை தெரியவில்லை



Q18. The sum of first n natural numbers is 253, then find the value of n .

முதல் n இயல் எண்களின் கூடுதல் 253 எனில், n -இன் மதிப்பு காண்க.

- (A) 22
- (B) 18
- (C) 24
- (D) 16
- (E) Answer not known / விடை தெரியவில்லை

